ഗണിതം

ടീച്ചർടെക്സ്റ്റ്

(അനുബന്ധം)

സ്റ്റാൻഡേർഡ്

IX

കേരളസർക്കാർ

പൊതുവിദ്യാഭ്യാസ വകുപ്പ്

തയാറാക്കിയത്

സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT), കേരളം

2019

ആമുഖം

2019–20 അധ്യയന വർഷം മുതൽ ഒമ്പതാം ക്ലാസിലെ ഗണിതപാഠപുസ്തകത്തിൽ ചില മാറ്റങ്ങൾ വരുത്തിയിട്ടുണ്ട്. ചില പാഠങ്ങളിലെ അവതരണരീതിയിലും പഠനപ്രവർത്തനങ്ങളിലും മെച്ചപ്പെടുത്തലുകൾ വരുത്തിയിട്ടുണ്ട്. ഏതാനും ചോദ്യങ്ങൾ ഒഴിവാക്കിയിട്ടുണ്ട്. ചിലത് കൂട്ടിച്ചേർക്കപ്പെട്ടിട്ടുണ്ട്. അതിനനുസരിച്ചുള്ള വിശദീകരണങ്ങൾ ടീച്ചർ ടെക്സ്റ്റിലും ആവശ്യമാണ്. മാറിയ പാഠഭാഗങ്ങളുടെ അവതരണരീതി, മാറ്റംവരുത്തിയതിന്റെ യുക്തി, ചില ചോദ്യങ്ങളുടെ വിശദീകരണം എന്നിവ അനുബന്ധമായി നിലവിലെ ടീച്ചർ ടെക്സ്റ്റിനോടൊപ്പം ചേർത്തിട്ടുണ്ട്. എല്ലാ ഗണിതാധ്യാപകരും ഫലപ്രദമായി പാഠഭാഗങ്ങൾ കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നതിന് ഇവ പ്രയോജനപ്പെടുത്തുമെന്ന് പ്രതീക്ഷിക്കുന്നു.

ഡോ. ജെ. പ്രസാദ്
ഡയറക്ടർ

ഉള്ളടക്കം (മാറ്റം വരുത്തിയ യൂണിറ്റുകൾ)

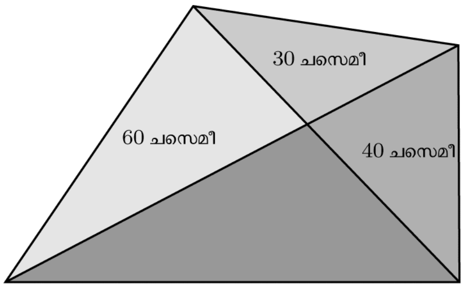
1. പരപ്പളവ്
2. ദശാംശരൂപങ്ങൾ
4. പുതിയസംഖ്യകൾ
5. വൃത്തങ്ങൾ
6. സമാന്തരവരകൾ
7. സദൃശ ത്രികോണങ്ങൾ
8. ബഹുപദങ്ങൾ
9. വൃത്തങ്ങളുടെ അളവുകൾ

യൂണിറ്റ് 1

പരപ്പളവ്

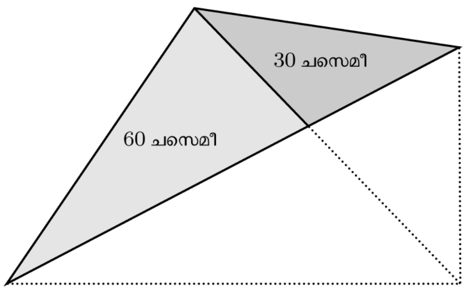
ഈ പാഠത്തിലെ അവസാന ഭാഗമായ **ത്രികോണഭാഗം** എന്നതിലെ ചോദ്യങ്ങളിൽ മാത്രമാണ് ചില മാറ്റങ്ങൾ വരുത്തിയിരിക്കുന്നത്. ഇപ്പോഴുള്ള പുസ്തകത്തിൽ ഈ ഭാഗത്തിലെ 7-ാം ചോദ്യത്തിനു മുമ്പായി, അതിനു സഹായകരമായ മൂന്നു ചോദ്യങ്ങൾ കൂടി ചേർത്തിട്ടുണ്ട്.

ഇതിലെ ആദ്യ ചോദ്യം (പുതിയ പുസ്തകത്തിലെ 6-ാം ചോദ്യം) നോക്കാം.

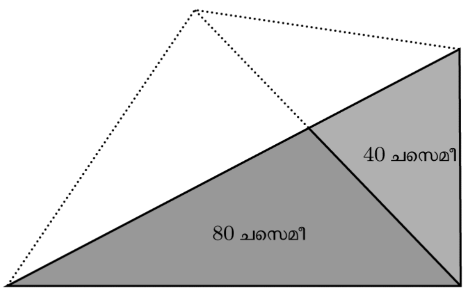


ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ അതിനെ നാലു ത്രികോണങ്ങളായി ഭാഗിക്കുന്നു. അവയിൽ മൂന്നെണ്ണത്തിന്റെ പരപ്പളവുകൾ ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്. നാലാമത്തെ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കണം.

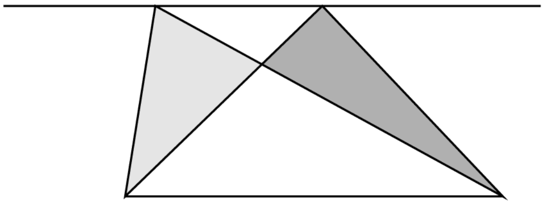
ഈ ഭാഗത്തിലെ പ്രധാന ആശയമായ ഒരു ത്രികോണത്തിലെ ഏതു മൂലയിൽനിന്നും എതിർവശത്തേയ്ക്കു വരയ്ക്കുന്ന ഒരു വര, ഈ വശത്തിന്റെ നീളത്തെയും, ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിനെയും ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണ് ഭാഗിക്കുന്നത് എന്നതോർത്താൽ ഇത് മനക്കണക്കായിത്തന്നെ ചെയ്യാം. ചിത്രത്തിലെ ഇടതു ത്രികോണം മാത്രം നോക്കിയാൽ, അതിനുള്ളിലെ ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണ് വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എന്ന് കാണാം.



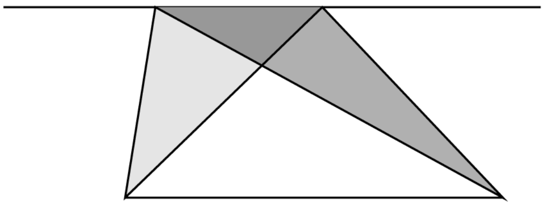
അപ്പോൾ ഈ ചിത്രത്തിൽ, വലിയ ത്രികോണത്തിലെ താഴത്തെ വശത്തിന്റെ വലിയ ഭാഗം, ചെറിയ ഭാഗത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണെന്നു കാണാം. ഇക്കാര്യം ചതുർഭുജത്തിലെ വലതു ത്രികോണത്തിൽ ഉപയോഗിച്ചാൽ, അതിനുള്ളിലെ ചെറു ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണ് വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എന്നു കണക്കാക്കാം.



അടുത്ത ചോദ്യം ഇപ്പോഴുള്ള പുസ്തകത്തിലെ 5-ാം ചോദ്യം തന്നെയാണ്.



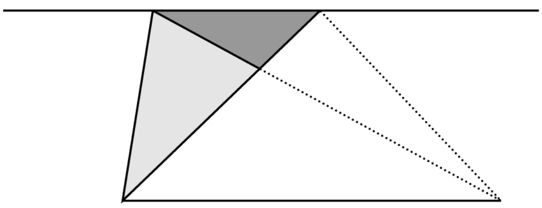
ഒരു ത്രികോണത്തിനു കൂടി നിറം കൊടുത്താൽ, ഇത് കണക്കുകൂട്ടലുകളൊന്നുമില്ലാതെ നോട്ടം കൊണ്ടുതന്നെ തീരുമാനിക്കാം.

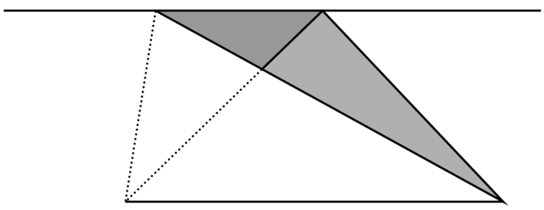


ഇപ്പോൾ പാഠത്തിന്റെ ആദ്യഭാഗത്തിലെ

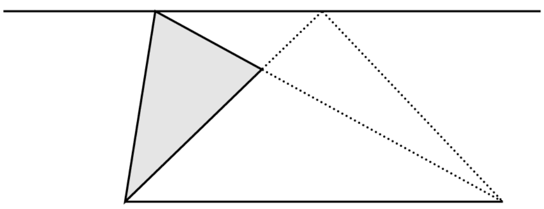
> ഒരു വശം തുല്യവും, മൂന്നാം മൂലകളെല്ലാം ഈ വശത്തിന്റെ ഒരു സമാന്തര വരയിലുമായ ത്രികോണങ്ങൾക്കെല്ലാം ഒരേ പരപ്പളവാണ്.

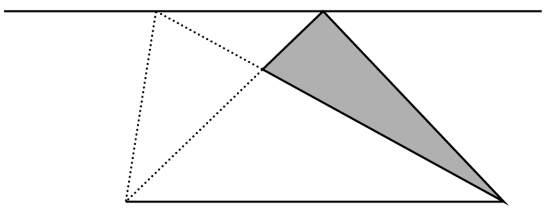
എന്ന തത്വം ഉപയോഗിച്ചാൽ, ഈ ചിത്രത്തിലെ നിറം കൊടുത്തിട്ടുള്ള രണ്ടു വലിയ ത്രികോണങ്ങൾക്കും ഒരേ പരപ്പളവാണ് എന്നു കാണാം.



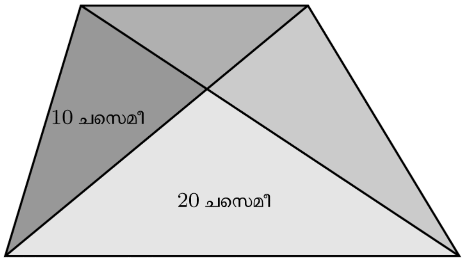


അപ്പോൾ ഇവ ഓരോന്നിൽ നിന്നും, മുകളിലെ ത്രികോണം എടുത്തു മാറ്റിയാലും ഒരേ പരപ്പളവാകണമല്ലോ.





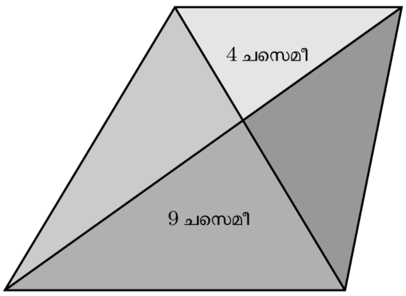
ഈ രണ്ടു കണക്കുകളിലെയും ആശയങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് 8-ാം ചോദ്യത്തിന് ഉത്തരം കണ്ടുപിടിക്കാം.



ഒരു ലംബകത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ അതിനെ നാലു ത്രികോണങ്ങളായി ഭാഗിക്കുന്നു. അവയിൽ രണ്ടെണ്ണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്. ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കാം.

7-ാം ചോദ്യത്തിൽ നിന്ന്, ചിത്രത്തിലെ വലതു (പാഠപുസ്തകത്തിലെ ചുവപ്പ്) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 10 ചതുരശ്രസെന്റീമീറ്റർ എന്നു കാണാം. തുടർന്ന്, 6-ാം ചോദ്യത്തിലേതുപോലെ മുകളിലെ (നീല) ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്, ഇതിന്റെ പകുതി, 5 ചതുരശ്രസെന്റീമീറ്റർ എന്നും കണക്കാക്കാം. അപ്പോൾ ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 45 ചതുരശ്രസെന്റീമീറ്റർ എന്നും കിട്ടും.

ആറാമത്തെയും ഏഴാമത്തെയും കണക്കുകളും അൽപം ബീജഗണിതവും ഉപയോഗിച്ചാൽ, ഒമ്പതാം കണക്കു ചെയ്യാം.

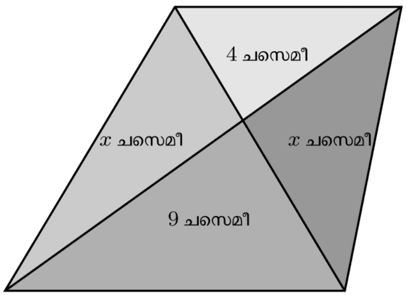


8-ാം കണക്കിലെപ്പോലെ, ലംബകത്തെ വികർണങ്ങൾ ഭാഗിച്ചുണ്ടാകുന്ന ത്രികോണങ്ങളിൽ രണ്ടെണ്ണത്തിന്റെ പരപ്പളവുകളിൽനിന്ന് മറ്റു രണ്ടെണ്ണത്തിന്റെ പരപ്പളവുകൾ കണക്കാക്കുകയാണ് ഇതിലും ആവശ്യം. എന്നാൽ പരപ്പളവ് അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന ത്രികോണങ്ങളുടെ സ്ഥാനം മാറ്റിയിരിക്കുന്നു.

7-ാം ചോദ്യത്തിൽനിന്ന്, അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടില്ലാത്ത പരപ്പളവുകൾ തുല്യമാണെന്ന് കാണാം. ഇവ ഓരോന്നും x ചതുരശ്രസെന്റീമീറ്റർ എന്നെടുത്താൽ, 6-ാം കണക്കിലെപ്പോലെ

$$\frac{x}{4} = \frac{9}{x}$$

എന്നു കിട്ടും.



ഇതിൽ നിന്ന് $x = 6$ എന്നു കാണാം. തുടർന്ന് ലംബകത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 25 ചതുരശ്രസെന്റീ മീറ്റർ എന്നും കാണാം.

ഇതിലെ ആദ്യത്തെ മൂന്നു ചോദ്യങ്ങളും ചിത്രങ്ങളിൽ നിന്ന് നേരിട്ട് മനസ്സിലാക്കാവുന്നവയാണ്. GeoGebra അല്ലെങ്കിൽ Libre Office ലെ Impress ഇവ ഏതെങ്കിലും ഉപയോഗിച്ച് ആവശ്യാനുസരണം ത്രികോണങ്ങൾ ഒളിക്കാനും തെളിക്കാനും കഴിയുന്ന തരത്തിൽ കമ്പ്യൂട്ടർ അവതരണങ്ങളായി ഇവ ക്ലാസിൽ ചർച്ച ചെയ്യുന്നത് നന്നായിരിക്കും.

യൂണിറ്റ് 2

ദശാംശരൂപങ്ങൾ

ഇപ്പോഴത്തെ പാഠപുസ്തകത്തിലെ **ഭിന്നസംഖ്യകൾ** എന്ന പാഠത്തിന്റെ അവസാനഭാഗമായ **ദശാംശരൂപങ്ങൾ** എന്ന ഭാഗം വിപുലീകരിച്ച് എഴുതിയതാണ് ഈ പാഠം. അതിലെ ഭിന്നസംഖ്യകളെക്കുറിച്ചുള്ള മറ്റു ഭാഗങ്ങളെല്ലാം പുതുക്കിയ പുസ്തകത്തിൽ ഒഴിവാക്കിയിരിക്കുന്നു.

ആറാം ക്ലാസ്സ് പാഠപുസ്തകത്തിലെ **ദശാംശരൂപങ്ങൾ, ദശാംശരീതികൾ** എന്നീ ഭാഗങ്ങളിൽ അവതരിപ്പിച്ച ആശയങ്ങളുടെ തുടർച്ചയാണ് ഒമ്പതാം ക്ലാസിലെ ഈ പാഠം. അതുകൊണ്ടു തന്നെ ഈ പാഠം അവതരിപ്പിക്കുന്നതിനുമുമ്പ് അധ്യാപകൻ ആറാംക്ലാസിലെ ഈ ഭാഗങ്ങൾ വായിക്കേണ്ടത് അത്യാവശ്യമാണ്.

ഈ പാഠത്തിലെ **ആദ്യരൂപങ്ങൾ** എന്ന ഭാഗത്ത്, ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ദശാംശരൂപങ്ങളെക്കുറിച്ച് ആറാം ക്ലാസിൽ അവതരിപ്പിച്ച ആശയങ്ങൾ ഓർമിപ്പിക്കുകയാണ് ചെയ്യുന്നത്. ഒമ്പതാം ക്ലാസിലെ പല കുട്ടികൾക്കും ആറാംക്ലാസിൽ ഇക്കാര്യങ്ങൾ നന്നായി മനസ്സിലായിട്ടുണ്ടാവില്ല. മനസ്സിലായവർ മറന്നിരിക്കാനും ഇടയുണ്ട്. അതിനാൽ ഈ ഭാഗം വേണ്ടത്ര സമയമെടുത്ത് വിശദീകരിക്കേണ്ടതാണ്.

10 ന്റെ കൃതികൾ ഛേദമായ ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ചുരുക്കിയെഴുത്താണ് അവയുടെ ദശാംശരൂപങ്ങൾ എന്നതാണ് ആദ്യം ഓർമിപ്പിക്കേണ്ടത്; തുടർന്ന് അവയെ $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, ….. എന്നിങ്ങനെയുള്ള ഭിന്നസംഖ്യകൾ സ്ഥാനവിലകളായി ഉപയോഗിച്ച് പിരിച്ചെഴുതുന്നതും ഈ എഴുത്തിലൂടെ മാത്രമേ $\frac{3}{100}$ നെ 0.03 എന്നും $\frac{7}{1000}$ നെ 0.007 എന്നുമെല്ലാം എഴുതുന്നതിന്റെ അർത്ഥം ബോധ്യപ്പെടുത്താൻ കഴിയുകയുള്ളൂ. ഇതെല്ലാം ആറാംക്ലാസിലെ **ദശാംശരൂപങ്ങൾ** എന്ന പാഠത്തിലെ **സ്ഥാനവില, വീണ്ടും അളവുകൾ** എന്നീ ഭാഗങ്ങളിൽ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്.

ഛേദം 10 ന്റെ കൃതിയല്ലാത്ത ചില ഭിന്നസംഖ്യകളെയും അത്തരത്തിലാക്കി മാറ്റി ദശാംശരൂപത്തിലെഴുതാം എന്ന കാര്യമാണ് അടുത്തതായി അവതരിപ്പിക്കുന്നത്. ഇത് ആറാംക്ലാസിലെ **ദശാംശരീതികൾ** എന്ന പാഠത്തിലെ **ഭിന്നവും ദശാംശവും** എന്ന ഭാഗത്ത് ചർച്ച ചെയ്തിട്ടുണ്ട്. എന്നാൽ ഛേദത്തിന്റെ അഭാജ്യഘടകങ്ങൾ 2, 5 മാത്രമായാൽ മാത്രമേ ഇതു സാധിക്കുകയുള്ളൂ എന്ന സാമാന്യവത്കരണത്തിലേക്കു നയിക്കുന്നത് ഇവിടെയാണ്.

ഭിന്നസംഖ്യകളെ ദശാംശരൂപത്തിൽ എഴുതാൻ സാധാരണയായി ഉപയോഗിക്കുന്ന ഹരണക്രിയാരീതിയിൽനിന്ന് വ്യത്യസ്തമായ ഒരു രീതിയാണ് ഇവിടെ അവതരിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഉദാഹരണമായി $\frac{5}{16}$ ന്റെ ദാശാംശരൂപം കണ്ടുപിടിക്കാൻ ഇവിടെ ചെയ്യുന്നത് ഇങ്ങനെയാണ്.

$$\frac{5}{16} = \frac{5}{2^4} = \frac{5 \times 5^4}{2^4 \times 5^4} = \frac{5^5}{10^4} = \frac{3125}{10000} = 0.3125$$

ഇത് സാമ്പ്രദായികമായി ചെയ്യുന്നത് ഇങ്ങനെയും;

$$
\begin{array}{r}
0.3125 \\
16\overline{\smash{)}5.0000} \\
\underline{48} \\
20 \\
\underline{16} \\
40 \\
\underline{32} \\
80 \\
\underline{80} \\
0
\end{array}
$$

ഇങ്ങനെ ചെയ്യുന്നതിൽ രണ്ടു പ്രശ്നങ്ങളുണ്ട്.

- ഈ ക്രിയയിലൂടെ എങ്ങനെയാണ് $\frac{5}{16}$ ന്റെ ദശാംശരൂപം 0.3125, അതായത് $\frac{5}{16} = \frac{3125}{10000}$, എന്നു കിട്ടുന്നത് എന്ന കാര്യം വ്യക്തമല്ല. ആശയങ്ങൾ മനസ്സിലാകാതെ യാന്ത്രികമായി ക്രിയകൾ ചെയ്യുന്നതിന്റെ ഒരു ഉദാഹരണമാണ്.
- ഈ ഹരണക്രിയയേക്കാൾ എളുപ്പമാണ് 5^5 കണക്കാക്കുന്നത്. $5^2 = 25$, $5^4 = 25^2 = 625$ എന്നെല്ലാം ഓർത്താൽ, $5^5 = 625 \times 5 = 3125$ എന്ന ഒരു ഗുണനം മാത്രമേ ചെയ്യേണ്ടതുള്ളൂ.

  ശരിക്കുംപറഞ്ഞാൽ, മേൽപ്പറഞ്ഞ ഹരണക്രിയയിൽ നിന്ന് കിട്ടുന്നത്

$$\frac{50000}{16} = 3125$$

  എന്നാണ് ഇതിൽ നിന്ന്

$$\frac{5}{16} = \frac{3125}{10000} = 0.3125$$

  എന്നു കിട്ടുകയും ചെയ്യും.

ഈ ഭാഗത്തിന്റെ അവസാനം കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ആദ്യത്തെ ചോദ്യത്തിലെ ഭിന്നസംഖ്യകളുടെയെല്ലാം ദശാംശരൂപം, പാഠപുസ്തകത്തിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതുപോലെ ഗുണനക്രിയകളിലൂടെ കണ്ടുപിടിക്കാം.

രണ്ടാമത്തെ ചോദ്യത്തിലെ ഒന്നാമത്തെ കണക്ക്

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} = \frac{2}{10} + \frac{4}{100} + \frac{8}{1000} = 0.248$$

എന്ന് എളുപ്പം ചെയ്യാം. ഇതുപോലെ രണ്ടാമത്തെ കണക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{5^3}+\frac{1}{5^4}=\frac{2}{10}+\frac{4}{100}+\frac{8}{1000}+\frac{16}{10000}$$

എന്നു കണക്കാക്കിയതിനുശേഷം, ഇതിനെ 0.24816 എന്ന് കുട്ടികൾ തെറ്റായി എഴുതിയേക്കാം. ഇത് ശരിയായി രണ്ടു തരത്തിൽ തുടരാം.

$$\begin{aligned}\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{5^3}+\frac{1}{5^4}&=\frac{2}{10}+\frac{4}{100}+\frac{8}{1000}+\frac{16}{10000}\\&=\frac{2}{10}+\frac{4}{100}+\frac{8}{1000}+\frac{10}{10000}+\frac{6}{10000}\\&=\frac{2}{10}+\frac{4}{100}+\frac{8}{1000}+\frac{1}{1000}+\frac{6}{10000}\\&=\frac{2}{10}+\frac{4}{100}+\frac{9}{1000}+\frac{6}{10000}\\&=0.2496\end{aligned}$$

അല്ലെങ്കിൽ

$$\begin{aligned}\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\frac{1}{5^3}+\frac{1}{5^4}&=\frac{2}{10}+\frac{4}{100}+\frac{8}{1000}+\frac{16}{10000}\\&=0.2+0.04+0.008+0.0016\\&=0.248+0.0016\\&=0.2496\end{aligned}$$

ഈ ചോദ്യത്തിലെ തന്നെ അടുത്ത കണക്ക്, മേൽപ്പറഞ്ഞ രണ്ടു രീതികളിൽ ഏതെങ്കിലും ഉപയോഗിച്ച്

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{5}{10}+\frac{25}{100}+\frac{125}{1000}=0.875$$

എന്നു കണക്കാക്കാം.

മറ്റൊരു രീതിയിലും ഇതു ചെയ്യാം. ഏഴാംക്ലാസിൽ **ആവർത്തനഗുണനം** എന്ന പാഠത്തിലെ **കൃതികളുടെ തുക** എന്ന ഭാഗത്ത്

$\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \ldots,$ എന്നിങ്ങനെയുള്ള തുടർച്ചയായ കുറേ കൃതികളുടെ തുക, 1 ൽ നിന്ന് അവസാനത്തെ കൃതി കുറച്ചതാണ് എന്നു പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. ഇത് ഓർമയുള്ള കുട്ടികൾ

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}=\frac{7\times125}{1000}=\frac{875}{1000}=0.875$$

എന്നും ചെയ്തേക്കാം.

ഈ കണക്ക് ഉപയോഗിച്ച് ഈ ഭാഗത്തിലെ അവസാന ചോദ്യത്തിന്റെ ഉത്തരം കണ്ടുപിടിക്കാം.

$$5.875 = 5\frac{7}{8} = \frac{47}{8}$$

എന്ന് മുമ്പു ചെയ്ത കണക്കിൽനിന്നു കിട്ടുമല്ലോ. അതായത് 47 നെ 8 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 5.875 കിട്ടും. പക്ഷേ നമുക്കു വേണ്ടത് രണ്ടക്കസംഖ്യകളാണ്. അതിന് $\frac{47}{8}$ ന്റെ മറ്റു രൂപങ്ങൾ എഴുതി നോക്കാം:

$$\frac{47}{8} = \frac{94}{16} = \frac{141}{24} = ...$$

ഇവയിൽ, അംശവും ഛേദവും രണ്ടക്കസംഖ്യകളായത് $\frac{94}{16}$ മാത്രമാണ്. അതായത്, ഒരു രണ്ടക്കസംഖ്യയെ മറ്റൊരു രണ്ടക്കസംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ 5.875 കിട്ടണമെങ്കിൽ, സംഖ്യകൾ 94 ഉം 16 ഉം തന്നെ ആകണം.

ഈ ഭാഗം അവസാനിക്കുന്നത്,

ഏതുതരം ഭിന്നസംഖ്യകളെയാണ് ദശാംശരൂപത്തിൽ എഴുതാൻ കഴിയുന്നത്?

എന്ന ചോദ്യത്തിലാണല്ലോ. ഇതിന് ഇങ്ങനെ ഉത്തരം കണ്ടുപിടിക്കാം:

- അത്തരം ഭിന്നസംഖ്യകളുടെയെല്ലാം ഛേദത്തെ ഏതെങ്കിലും എണ്ണൽസംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് 10 ന്റെ കൃതിയാക്കാൻ കഴിയണം.
- അതായത്, ഛേദം 10 ന്റെ ഏതെങ്കിലും കൃതിയുടെ ഘടകമാകണം.
- 10 ന് 2, 5 എന്നീ രണ്ട് അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളേ ഉള്ളൂ.
- അപ്പോൾ ഛേദത്തിന്റെയും അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ 2, 5 ഇവ മാത്രമാകണം.
- ബീജഗണിതം ഉപയോഗിച്ചു പറഞ്ഞാൽ, ഛേദം 2, 5 അല്ലെങ്കിൽ 2^m5^n എന്ന രൂപത്തിലായിരിക്കണം.

ഈ പാഠത്തിലെ പ്രധാന ആശയം അവതരിപ്പിക്കുന്നത്, **പുതിയ രൂപങ്ങൾ** എന്ന രണ്ടാം ഭാഗത്തിലാണ്. ഇതിൽ, ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ദശാംശരൂപം എന്നതിന് പുതിയൊരു അർഥം കൂടി കൊടുക്കുകയാണ്.

പ്രത്യേകതരം ഭിന്നസംഖ്യകളെ മാത്രമേ 10 ന്റെ ഏതെങ്കിലും കൃതി ഛേദമായ ഭിന്നസംഖ്യയായി എഴുതാൻ കഴിയുള്ളൂ എന്ന് ആദ്യഭാഗത്ത് കണ്ടല്ലോ. അങ്ങനെയല്ലാത്ത ഏതു ഭിന്നസംഖ്യയ്ക്കും അതിനോട് അടുത്തടുത്തു വരുന്ന, 10 ന്റെ കൃതികൾ ഛേദമായ, ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ (അവസാനിക്കാത്ത) ഒരു നിര കണ്ടുപിടിക്കാനുള്ള മാർഗമാണ് ആദ്യം ഉദാഹരണങ്ങളിലൂടെ വിശദീകരിക്കുന്നത്.

ആദ്യത്തെ ഉദാഹരണം $\frac{1}{3}$ ആണ്.

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{10} \times \frac{10}{3} = \frac{1}{10}\left(3 + \frac{1}{3}\right) = \frac{3}{10} + \frac{1}{30}$$

എന്നതിൽ നിന്ന്, $\frac{1}{3}$ നോട് അടുത്തുള്ള, 10 ഛേദമായ $\frac{3}{10}$ എന്ന ഭിന്നസംഖ്യ കിട്ടും.

ഇത് അൽപം കൂടി വിശദീകരിക്കാം. $0 < \frac{1}{30} < \frac{1}{10}$ ആയതിനാൽ, മേലെഴുതിയ സമവാക്യത്തിൽനിന്ന്

$$\frac{3}{10} < \frac{1}{3} < \frac{4}{10}$$

എന്നു കാണാമല്ലോ. അപ്പോൾ, $0, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \dots, \frac{9}{10}$ എന്നീ ഭിന്നസംഖ്യകളിൽ $\frac{1}{3}$ നേക്കാൾ ചെറിയ ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യയാണ് $\frac{3}{10}$

തുടർന്ന്,

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{100} \times \frac{100}{3} = \frac{1}{100}\left(33 + \frac{1}{3}\right) = \frac{33}{100} + \frac{1}{300}$$

എന്നതിൽ $0 < \frac{1}{300} < \frac{1}{100}$ ആയതിനാൽ

$$\frac{33}{100} < \frac{1}{3} < \frac{34}{100}$$

എന്നു കാണാം. അതായത്, $0, \frac{1}{100}, \frac{2}{100}, \dots\dots, \frac{99}{100}$ എന്നീ ഭിന്നസംഖ്യകളിൽ $\frac{1}{3}$ നേക്കാൾ ചെറിയ ഏറ്റവും വലിയ ഭിന്നസംഖ്യയാണ് $\frac{33}{100}$

ഇങ്ങനെ തുടർന്നാൽ, $\frac{3}{10}, \frac{33}{100}, \frac{333}{1000}, \dots\dots$ എന്ന ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ നിര (ശ്രേണി) കിട്ടും; ഇവ $\frac{1}{3}$ നോട് അടുത്തടുത്തു വരുന്നു എന്നു കാണാൻ, മുകളിൽ പറഞ്ഞതുപോലെ

$$0 < \frac{1}{3} - \frac{3}{10} < \frac{1}{10}$$

$$0 < \frac{1}{3} - \frac{33}{100} < \frac{1}{100}$$

$$0 < \frac{1}{3} - \frac{333}{1000} < \frac{1}{1000}$$

എന്നെല്ലാം ശ്രദ്ധിച്ചാൽ മതിയാകും.

ഈ ക്രിയകളുടെ അവസാനമാണ്, പുതിയൊരു ദശാംശരൂപം അവതരിപ്പിക്കുന്നത്.

$$\frac{3}{10}, \frac{33}{100}, \frac{333}{1000}, \ldots..$$

എന്നിങ്ങനെയുള്ള ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ (അവസാനിക്കാത്ത) നിര $\frac{1}{3}$ നോട് അടുത്തടുത്തു വരുന്നു എന്ന കാര്യം ചുരുക്കിയെഴുതുന്നത്

$$\frac{1}{3} = 0.333 \ldots.$$

എന്നാണ്.

ആദ്യം കണ്ട 0.5, 0.23, 0.479 പോലെയുള്ള ദശാംശരൂപങ്ങളിൽനിന്ന് തികച്ചും വ്യത്യസ്ത മാണ് ഈ പുതിയ രൂപം എന്നത്, പാഠപുസ്തകത്തിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതുപോലെ വിശദ മായി ചർച്ച ചെയ്യണം. ആദ്യം പറഞ്ഞവയെല്ലാം 10 ന്റെ ഏതെങ്കിലും കൃതി ഛേദമായ ഒരൊറ്റ ഭിന്നസംഖ്യയാണ്; ഇപ്പോൾ പറഞ്ഞതാകട്ടെ, 10 ന്റെ കൃതികൾ ഛേദമായ ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ഒരു നിര അടുത്തടുത്തു വരുന്ന ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയാണ്.

ശ്രേണിയുടെ പര്യന്തം (limit of a sequence) എന്ന ആശയത്തിന്റെ ഒരു ഉദാഹരണമാണ് ഇത്.

സാങ്കേതികമായി പറഞ്ഞാൽ $\frac{3}{10}, \frac{33}{100}, \frac{333}{1000}, \ldots..$ എന്ന ശ്രേണിയുടെ പര്യന്തം $\frac{1}{3}$ ആണ് എന്ന കാര്യമാണ്. $\frac{1}{3} = 0.333 \ldots.$ എന്നെഴുതുന്നത്.

തുടർന്ന് പാഠപുസ്തകത്തിൽ മറ്റൊരു ഉദാഹരണമായി $\frac{1}{6} = 0.1666 \ldots.$ എന്നു കണക്കാക്കുന്നു. ഇവിടെയും ഇങ്ങനെ എഴുതുന്നതിന്റെ അർഥം വ്യക്തമാക്കണം. അവസാനത്തെ ഉദാഹരണമായി $\frac{1}{7}$ ന്റെ ഇത്തരത്തിലുള്ള ദശാംശരൂപം കണ്ടുപിടിക്കുന്നു. ഇതിൽ ക്രിയകൾ അൽപം ലഘൂകരിക്കുന്ന മാർഗവും വിശദീകരിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഇത് ഇങ്ങനെ പറയാം.

- 10 നെ 7 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ഹരണഫലം 1, ശിഷ്ടം 3
- $\frac{1}{7}$ ന്റെ ദശാംശരൂപത്തിലെ ആദ്യത്തെ അക്കം ഹരണഫലമായ 1

- ശിഷ്ടമായ 3 നെ 10 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച്, 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക.
- 30 നെ 7 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ഹരണഫലം 4, ശിഷ്ടം 2
- $\frac{1}{7}$ ന്റെ ദശാംശരൂപത്തിലെ രണ്ടാമത്തെ അക്കം ഹരണഫലമായ 4
- ശിഷ്ടമായ 2 നെ 10 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച്, 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുക.
- ഈ ക്രിയകൾ തുടരുക.

ഇത് ഇങ്ങനെ ചുരുക്കിയെഴുതാം:

ഹരണക്രിയ	ദശാംശരൂപത്തിലെ അക്കങ്ങൾ
$10 = (1 \times 7) + 3$	1
$30 = (4 \times 7) + 2$	4
$20 = (2 \times 7) + 6$	2
$60 = (8 \times 7) + 4$	8
$40 = (5 \times 7) + 5$	5
$50 = (7 \times 7) + 1$	7
$10 = (1 \times 7) + 3$	1

$$\frac{1}{7} = 0.142857142857\ldots$$

ഇതുപോലെ $\frac{1}{13}$ ന്റെ ദശാംശരൂപം കണക്കാക്കാം:

ഹരണക്രിയ	ദശാംശരൂപത്തിലെ അക്കങ്ങൾ
$10 = (0 \times 13) + 10$	0
$100 = (7 \times 13) + 9$	7
$90 = (6 \times 13) + 12$	6
$120 = (9 \times 13) + 3$	9
$30 = (2 \times 13) + 4$	2
$40 = (3 \times 13) + 1$	3
$10 = (0 \times 13) + 10$	0

$$\frac{1}{13} = 0.076923076923\ldots$$

പാഠത്തിന്റെ അവസാനം കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങളിൽ ഒന്നാമത്തേതിലെ സംഖ്യകളെ ദശാംശരൂപത്തിലെഴുതുമ്പോൾ, അവയുടെ അർഥം കൂടി വിശദീകരിക്കാൻ പറയുന്നത്, ആശയം

മനസ്സിലാക്കാൻ സഹായിക്കും. ഉദാഹരണമായി ആദ്യത്തെ കണക്കിൽ

$$\frac{2}{3} = 0.666.....$$

എന്നെഴുതുന്നതിനോടൊപ്പം

$\frac{6}{10}, \frac{66}{100}, \frac{666}{1000}, ...$ എന്നീ സംഖ്യകൾ $\frac{2}{3}$ നോട് അടുത്തടുത്തു വരുന്നു എന്നും കൂടി എഴുതുന്നത് നന്നായിരിക്കും.

മൂന്നാമത്തെ കണക്കിൽ

$$\frac{1}{9} = 0.999 ....$$

എന്നു കണക്കാക്കുകയും,

$\frac{1}{10}, \frac{11}{100}, \frac{111}{1000}, ...$ എന്നീ സംഖ്യകൾ $\frac{1}{9}$ നോട് അടുത്തടുത്തു വരുന്നു.

എന്നു വിശദീകരിക്കുകയും ചെയ്തു കഴിഞ്ഞാൽ, രണ്ടാമത്തെ ചോദ്യത്തിലെ ആദ്യത്തെ കണക്ക് എളുപ്പമായി. x എന്ന ഏതു സംഖ്യ എടുത്താലും $x \times \frac{1}{10}$, $x \times \frac{11}{100}$, $x \times \frac{111}{1000}$, ... എന്നീ സംഖ്യകൾ $x \times \frac{1}{9}$ നോട് അടുത്തടുത്തു വരുന്നു എന്ന് ഇതിൽനിന്നു കിട്ടുമല്ലോ. ഇതുതന്നെയാണ് രണ്ടാമത്തെ കണക്കിൽ ആവശ്യപ്പെട്ടിരിക്കുന്നതും.

ഈ പൊതുതത്വം ഉപയോഗിച്ച്, ഇതിലെ രണ്ടാമത്തെ കണക്കു ചെയ്യാം. ഉദാഹരണമായി x ആയി 2 എന്ന സംഖ്യ എടുത്താൽ $\frac{2}{10}, \frac{22}{100}, \frac{222}{1000}, ...$ എന്നീ സംഖ്യകൾ $\frac{2}{9}$ നോട് അടുത്തടുത്തു വരും എന്നു കാണാം. അതായത്,

$$\frac{2}{9} = 0.222....$$

മൂന്നാമത്തെ ചോദ്യത്തിലെ ആദ്യത്തെ രണ്ടു കണക്കുകളിൽ നിന്ന്

$$\frac{1}{11} = 0.090909....$$

$$\frac{2}{11} = 0.181818....$$

$$\frac{3}{11} = 0.272727....$$

എന്നു കാണാം. ഇതിൽ നിന്ന്

$$\frac{10}{11} = 0.909090....$$

എന്നൂഹിക്കാം. ശരിയാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുകയും വേണം.

നാലാമത്തെ ചോദ്യത്തെ ആദ്യത്തെ കണക്കിൽ, ആശയമൊന്നും ഓർക്കാതെ യാന്ത്രികമായി

$$0.111... + 0.222 .... = 0.333 ...$$

എന്ന് കുട്ടികൾ എഴുതിയേക്കാം. പക്ഷേ രണ്ടാമത്തെ കണക്കിൽ ഇവർ കുഴങ്ങും. ഇതിൽ

$$0.333... = \frac{1}{3}$$

$$0.777... = \frac{7}{9}$$

എന്നിങ്ങനെ മുമ്പു കണ്ട കാര്യങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച്

$$0.333... + 0.777... = \frac{1}{3} + \frac{7}{9} = \frac{3}{9} + \frac{7}{9} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9} = 1.111...$$

എന്നു കണക്കാക്കേണ്ടി വരും. ആദ്യത്തെ കണക്ക് യാന്ത്രികമായി ചെയ്തവർ ഉത്തരം ശരിയാണോ എന്ന് ഈ രീതിയിൽ പരിശോധിക്കണം.

അടുത്ത മൂന്നു കണക്കുകളും ഇങ്ങനെ ഭിന്നസംഖ്യകളാക്കിയാണ് ചെയ്യേണ്ടത്:

$$0.333\ldots \times 0.666\ldots = \tfrac{1}{3} \times \tfrac{2}{3} = \tfrac{2}{9} = 0.222\ldots$$

$$(0.333\ldots)^2 = \left(\tfrac{1}{3}\right)^2 = \tfrac{1}{9} = 0.111\ldots$$

$$\sqrt{0.444\ldots} = \sqrt{\tfrac{4}{9}} = \tfrac{2}{3} = 0.666\ldots$$

എന്നെല്ലാം കണക്കാക്കാം. യാന്ത്രികമായി ക്രിയകൾ ചെയ്യുന്നവർ $(0.333...)^2 = 0.999...$ എന്നും $\sqrt{0.444...} = 0.222...$ എന്നും എഴുതിയേക്കാം. ആശയങ്ങൾ മനസിലാക്കേണ്ടതിന്റെ ആവശ്യം ബോധ്യപ്പെടുത്താൻ ഇത്തരം തെറ്റുകൾ ഉപയോഗിക്കാം.

ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ദശാംശരൂപങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നത് ക്രിയകൾ എളുപ്പമാക്കും എന്ന് **ദശാംശ രൂപങ്ങൾ** എന്ന പാർശ്വചിന്തയിൽ പറഞ്ഞിരുന്നല്ലോ. എന്നാൽ ആദ്യം പറഞ്ഞ ദശാംശരൂപങ്ങളിൽ മാത്രമാണ് ഈ ഉപയോഗമുള്ളതെന്ന് ഇപ്പോൾ ചെയ്ത കണക്കുകളിൽനിന്ന് വ്യക്തമാണല്ലോ.

രണ്ടാമതു പറഞ്ഞ രീതിയിലുള്ള (അനന്തമായ) ദശാംശരൂപങ്ങൾ, സമീപസംഖ്യകൾ (approximations) കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനാണ് കൂടുതലായി ഉപയോഗിക്കുന്നത്. കാൽക്കുലേറ്ററുകളിലും കമ്പ്യൂട്ടറുകളിലുമെല്ലാം മിക്കവാറും ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ദശാംശരൂപത്തിലുള്ള സമീപസംഖ്യകളാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

പൈത്തൺ ഭാഷയിൽ fractions എന്ന മൊഡ്യൂൾ ഉപയോഗിച്ചാൽ ഭിന്നസംഖ്യകളെ ദശാംശരൂപത്തിലാക്കാതെ ക്രിയകൾ ചെയ്യാം:

```
>>> from fractions import Fraction

>>> Fraction (23, 47)+Fraction (38, 97)

Fraction (4017, 4559)
```

ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ക്രിയകൾ ചെയ്യാവുന്ന ആൻഡ്രോയ്ഡ് കാൽക്കുലേറ്ററുകളുമുണ്ട്.

യൂണിറ്റ് 4

പുതിയ സംഖ്യകൾ

ഈ പാഠത്തിൽ വരുത്തിയിട്ടുള്ള പ്രധാന മാറ്റം, "ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെയും വർഗം 2 അല്ല" എന്നതിന്റെ തെളിവ്, പാഠത്തിലെ ചർച്ചകളിൽനിന്നു മാറ്റി, അനുബന്ധമായിട്ട് ചേർത്തിരിക്കുന്നു എന്നതാണ്. ഈ തെളിവ്, ഇപ്പോഴുള്ള പാഠപുസ്തകത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതിൽനിന്ന് വ്യത്യസ്തവുമാണ്.

ഇതിന് പല കാരണങ്ങളുണ്ട്. ഈ പാഠം തുടങ്ങേണ്ടത്, ചുവടെപ്പറയുന്ന കാര്യങ്ങൾ വിശദീകരിച്ചു കൊണ്ടാണ്:

(i) ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വികർണം വശമായി വരയ്ക്കുന്ന സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്, ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണ്. (ഏഴാം ക്ലാസിലെ **സമചതുരങ്ങളും മട്ടത്രികോണങ്ങളും** എന്ന പാഠത്തിൽ **വരയ്ക്കാനൊരുവഴി** എന്ന ഭാഗം).

(ii) ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളം ഭിന്നസംഖ്യ ആണെങ്കിൽ, പരപ്പളവ് ആ സംഖ്യയുടെ വർഗമാണ്. (ആറാം ക്ലാസിലെ ഭിന്നസംഖ്യകൾ എന്ന പാഠത്തിലെ ഭിന്നപ്പരപ്പ് എന്ന ഭാഗം)

(iii) അപ്പോൾ, വശങ്ങളുടെ നീളം 1 മീറ്റർ ആയ സമചതുരത്തിന്റെ വികർണത്തിന്റെ നീളം ഭിന്നസംഖ്യയാണെങ്കിൽ, അതിന്റെ വർഗം 2 ആണ്.

(iv) എന്നാൽ ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെയും വർഗം 2 അല്ല

(v) വശങ്ങളുടെ നീളം 1 മീറ്ററായ സമചതുരത്തിന്റെ വികർണത്തിന്റെ നീളം, ഭിന്നസംഖ്യയായി പറയാൻ കഴിയില്ല.

(vi) ഇങ്ങനെ നീളമളക്കാൻ ഒരു ഏകകം നിശ്ചയിച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ, ഭിന്നസംഖ്യകൾ കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാൻ കഴിയാത്ത പല നീളങ്ങളുണ്ട്.

ഇങ്ങനെ അവതരിപ്പിക്കുമ്പോൾ, നാലാമതു പറഞ്ഞ കാര്യത്തിന്റെ ഗണിതശാസ്ത്രപരമായ തെളിവ് ചർച്ചയുടെ തുടർച്ചയെ ബാധിക്കും. ഇത് അവസാനം പറയുകയാവും നല്ലത്; അതും ആവശ്യമുണ്ടെങ്കിൽ മാത്രം. തെളിവ് പാഠത്തിന്റെ അനുബന്ധമായി ചേർത്തിട്ടുണ്ട് എന്നു മാത്രം പറഞ്ഞാലും, താത്പര്യമുള്ള കുട്ടികൾ വായിക്കും.

മാത്രവുമല്ല, ഈ തെളിവ് പാഠത്തിന്റെ പ്രധാന ഭാഗത്തിൽനിന്നു മാറ്റുന്നതോടെ, ഇതിന്റെ തുടർച്ചയായി "ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയുടെയും വർഗം 3 അല്ലെന്നു തെളിയിക്കുക" പോലുള്ള ചോദ്യങ്ങൾ പരീക്ഷകളിൽനിന്ന് ഒഴിവാക്കുകയും ചെയ്യാം. ഇത്തരം തെളിവുകളല്ല ഈ പാഠത്തിന്റെ ഉദ്ദേശ്യം. ഈ പാഠത്തിലൂടെ കുട്ടികൾക്കു കിട്ടേണ്ട തിരിച്ചറിവുകൾ ഇവയൊക്കെയാണ്.

(1) അളവുകളെ സൂചിപ്പിക്കാനാണ് മനുഷ്യർ ആദ്യമായി സംഖ്യകൾ ഉണ്ടാക്കിയത്.

(2) ഓരോ കാലഘട്ടത്തിന്റെയും ആവശ്യങ്ങളനുസരിച്ച്, വ്യത്യസ്തമായ കാര്യങ്ങൾ അളക്കേണ്ടി വരികയും അതിനനുസരിച്ച് പലതരം സംഖ്യകൾ ഉണ്ടാക്കുകയും ചെയ്തു.

(3) നീളം, ഭാരം, സമയം എന്നിവയും അവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട മറ്റു കാര്യങ്ങളും അളക്കാൻ ഒരു ഏകകം ആവശ്യമാണ്. ഏകകത്തെക്കാൾ ചെറിയ അളവുകളെ സൂചിപ്പിക്കാനാണ് ഭിന്നസംഖ്യകൾ ഉണ്ടാക്കിയത്.

(4) ഭിന്നസംഖ്യകൾ കൊണ്ട് സൂചിപ്പിക്കാൻ കഴിയാത്ത അളവുകളെ സൂചിപ്പിക്കാൻ പുതിയ സംഖ്യകൾ ആവശ്യമായി വരുന്നു.

(5) അത്തരം സംഖ്യകളെ അവയോട് അടുത്തടുത്തു വരുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകൾ കൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കാം; അതിന് ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ദശാംശരൂപങ്ങൾ വളരെ സഹായകരമാണ്.

(6) ഭിന്നസംഖ്യകൾ കൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കാൻ കഴിയാത്ത അളവുകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട മറ്റളവുകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ, ഇവയെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന പുതിയ സംഖ്യകളുടെ ക്രിയകൾ നിർവചിക്കുക.

(7) ഈ ക്രിയകൾ ചെയ്യാനുള്ള മാർഗങ്ങൾ മനസിലാക്കുക.

അപ്പോൾ “ $\sqrt{5}$ നീളമുള്ള ഒരു വര വരയ്ക്കുക” പോലുള്ള കണക്കുകളും ഒഴിവാക്കാം. പകരം,

5 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ പരപ്പളവുള്ള ഒരു സമചതുരം വരയ്ക്കുക. അതിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്രയാണ്?

എന്ന തരത്തിലുള്ള ചോദ്യങ്ങളാകാം. (ഇപ്പൊഴത്തെ പാഠപുസ്തകത്തിലെ **അളവുകളും സംഖ്യകളും** എന്ന ഭാഗത്തിന്റെ അവസാനമുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ നാലാമത്തേത് ഇങ്ങനെ മാറ്റിയിരിക്കുന്നത് ശ്രദ്ധിക്കുക).

യൂണിറ്റ് 5

വൃത്തങ്ങൾ

ചെറിയ ചില മാറ്റങ്ങൾ മാത്രമാണ് ഈ പാഠത്തിൽ വരുത്തിയിട്ടുള്ളത്. **വൃത്തങ്ങളും വരകളും** എന്ന ഭാഗത്തിന്റെ അവസാനം, വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ സമഭുജത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നതിന്റെ വിവരണം മാറ്റിയെഴുതിയിട്ടുണ്ട്. ഈ ഭാഗത്തിലെതന്നെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ മൂന്നാമത്തേതിനും നാലാമത്തേതിനും മുമ്പേ രണ്ട് പുതിയ ചോദ്യങ്ങൾ അവയുടെ ഉദാഹരണങ്ങളായി ചേർത്തിട്ടുണ്ട്.

യൂണിറ്റ് 6

സമാന്തരവരകൾ

ഈ പാഠത്തിലെ ത്രികോണഭാഗം എന്ന ഭാഗത്തിൽ, ഏതു ത്രികോണത്തിലും ഒരു വശത്തിനു സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വര, മറ്റു രണ്ടു വശങ്ങളെ ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണ് മുറിക്കുന്നത്, എന്നതിന്റെ വിപരീതമായി ഒരു ത്രികോണത്തിലെ രണ്ടു വശങ്ങളെ ഒരേ അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന വര, മൂന്നാമത്തെ വശത്തിനു സമാന്തരമാണ് എന്ന തത്വം കൂടി ഉൾപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്. ഇത് **സദൃശ്യത്രികോണങ്ങൾ** എന്ന പാഠത്തിലെ ചില തെളിവുകൾ ലളിതമാക്കാൻ സഹായിക്കും.

ഈ ഭാഗത്തിൽത്തന്നെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ അവസാനത്തെ രണ്ടെണ്ണം ഒഴിവാക്കിയിട്ടുമുണ്ട്.

യൂണിറ്റ് 7

സദൃശത്രികോണങ്ങൾ

ഈ പാഠത്തിലെ ആശയങ്ങളൊന്നും മാറ്റിയിട്ടില്ലെങ്കിലും അവതരണരീതി മൊത്തത്തിൽ മാറ്റിയിട്ടുണ്ട്. തത്വങ്ങൾ കൂടുതൽ വ്യക്തമാക്കാനും തെളിവുകൾ കൂടുതൽ ലളിതമാക്കാനുമാണ് ശ്രമിച്ചിട്ടുള്ളത്.

ഒരേ കോണുകളുള്ള രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണ് എന്ന തത്വമാണ്, **കോണുകളും വശങ്ങളും** എന്ന ഒന്നാമത്തെ ഭാഗത്തിൽ തെളിയിക്കുന്നത്. രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ തുല്യമാണെങ്കിൽ അവയുടെ കോണുകൾ തുല്യമാണെന്നും മറിച്ച് രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളുടെ കോണുകൾ തുല്യമായതുകൊണ്ട് വശങ്ങൾ തുല്യമാകണമെന്നില്ലെന്നും എട്ടാം ക്ലാസിൽ കണ്ടത് ഓർമിപ്പിച്ചുകൊണ്ടാണ് ഈ ഭാഗം തുടങ്ങുന്നത്. ഇത് കോണുകൾ തുല്യമായ രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെ ബന്ധത്തെക്കുറിച്ചുള്ള അന്വേഷണത്തിലേക്ക് നയിക്കുന്നു.

ഒരേ കോണുകളും വ്യത്യസ്ത വലുപ്പവുമായ രണ്ടു ത്രികോണങ്ങൾ കട്ടിക്കടലാസിൽ വെട്ടിയെടുത്തത് ചേർത്തുവച്ചുകൊണ്ടാണ് ഈ അന്വേഷണം നടത്തുന്നത്. പല കോണുകളുള്ള ഇത്തരം ത്രികോണ ജോടികൾ കുട്ടികൾ കൊണ്ടുവരികയാണെങ്കിൽ ഈ ചർച്ച സജീവമാക്കാം. പാഠപുസ്തകത്തിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതുപോലെ ഓരോ ജോടിയിലും രണ്ടു തുല്യകോണുകൾ ചേർത്തുവച്ചാൽ, വലിയ ത്രികോണത്തിനുള്ളിൽ കൊച്ചുത്രികോണം ചേർന്നിരിക്കുന്നത് കാണാം. കോണുകൾ തുല്യമായതുകൊണ്ടാണ് അവയുടെ വശങ്ങളും ചേർന്നിരിക്കുന്നത് എന്ന് എടുത്തു പറയണം. ചേർന്നിരിക്കുന്ന കോണുകളല്ലാതെ മറ്റു കോണുകളും തുല്യമായതിനാൽ മൂന്നാമത്തെ വശങ്ങൾ സമാന്തരമാണെന്ന ചിന്ത കുട്ടികളുമായുള്ള സംവാദത്തിലൂടെ ഉയർന്നു വരണം. (ഏഴാം ക്ലാസ്സിലെ **സമാന്തരവരകൾ** എന്ന പാഠത്തിലെ സമാന്തരതയും കോണുകളും എന്ന ഭാഗം).

ഇങ്ങനെ പാഠപുസ്തകത്തിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതുപോലെ ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെ നീളം a, b, c എന്നും p, q, r എന്നുമെടുത്ത് $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r}$ എന്നു കിട്ടിക്കഴിഞ്ഞാൽ, ഇക്കാര്യം പലതരത്തിൽ വ്യാഖ്യാനിക്കാമെന്ന് കുട്ടികൾ തിരിച്ചറിയണം. ഈ സമവാക്യങ്ങളിൽനിന്ന് കിട്ടുന്നത്, രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളുടെയും ഏറ്റവും ചെറിയ വശങ്ങളും ഇടത്തരം വശങ്ങളും ഏറ്റവും വലിയ വശങ്ങളും ഒരേ മടങ്ങോ ഭാഗമോ ആണെന്നാണ്. എന്നാൽ ഇതുതന്നെ $a = kp, b = kq, c = kr$ എന്നെഴുതിയാൽ $a : b : c = p : q : r$ എന്നു കിട്ടും. ഇതിന്റെ അർഥം, ഓരോ ത്രികോണത്തിലും ഏറ്റവും ചെറിയ വശം, ഇടത്തരം വശത്തിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണോ, അതേ ഭാഗമാണ് മറ്റേ ത്രികോണത്തിലെ ഏറ്റവും ചെറിയ വശം ഇടത്തരം വശത്തിന്റേത് എന്നും ഇതുപോലെയാണ് മറ്റു ജോടി വശങ്ങളിലും എന്നാണ്.

ഇതിനെ തുടർന്നുള്ള കണക്കുകളിൽ, ഇപ്പോഴത്തെ പുസ്തകത്തിലുള്ള സമചതുരം മടക്കി മട്ടത്രികോണം ഉണ്ടാക്കുന്നത് ഇതിൽ ഒഴിവാക്കിയിരിക്കുന്നു. ഈ ഭാഗത്തിന്റെ അവസാനം കൊടുത്തിരിക്കുന്ന കണക്കുകളിൽ, “മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ മട്ടമൂലയിൽ നിന്ന് എതിർവശത്തേയ്ക്ക് വരയ്ക്കുന്ന ലംബത്തിന്റെ വർഗം, അത് എതിർവശത്തെ മുറിക്കുന്ന ഭാഗങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമാണ്” എന്ന കണക്ക് GeoGebra ഉപയോഗിച്ച് ദൃശ്യവത്കരിക്കുന്ന രീതിയും ചേർത്തിട്ടുണ്ട്.

വശങ്ങളും കോണുകളും എന്ന ഭാഗത്തിൽ, ഇപ്പോഴത്തെ പുസ്തകത്തിലെപ്പോലെ, “വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധം തുല്യമായ ത്രികോണങ്ങളുടെ കോണുകൾ തുല്യമാണ്” എന്ന തത്വമാണ്

തെളിയിക്കുന്നത്. തെളിവ് കുറേക്കൂടി ലളിതമാക്കിയിട്ടുണ്ട്. "ത്രികോണത്തിലെ രണ്ടു വശങ്ങളെ ഒരേ അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്ന വര മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന് സമാന്തരമാണ്" എന്ന തത്വം, **സമാന്തരവരകൾ** എന്ന പാഠത്തിൽ ചേർത്തതുകൊണ്ടാണ് ഇത് സാധിച്ചത്. **മൂന്നാം വഴി** എന്ന അവസാന ഭാഗത്തിലും തെളിവ് ലളിതമാക്കുന്നത് ഈ തത്വം ഉപയോഗിച്ചാണ്.

യൂണിറ്റ് 8

ബഹുപദങ്ങൾ

ഈ പാഠത്തിൽ, **ബഹുപദക്രിയകൾ** എന്ന അവസാനഭാഗം ഒഴിവാക്കിയിട്ടുണ്ട്. ബീജഗണിത വാചകങ്ങളുടെ ക്രിയകൾക്കപ്പുറം പുതുതായൊന്നും ഇതിൽ ഇല്ലാത്തതുകൊണ്ടാണ് അത് വേണ്ടെന്നുവച്ചത്. **സവിശേഷ വാചകങ്ങൾ** എന്ന രണ്ടാംഭാഗത്തിന്റെ അവസാനം, പുതിയ കുറേ ചോദ്യങ്ങൾ ചേർത്തിട്ടുണ്ട്.

യൂണിറ്റ് 9

വൃത്തങ്ങളുടെ അളവുകൾ

ഈ പാഠത്തിൽ **പരപ്പളവ്** എന്ന മൂന്നാം ഭാഗത്തിന്റെ അവസാനം ഒരു പുതിയ ചോദ്യം കൂടി ചേർത്തതു മാത്രമാണ് ഈ പാഠത്തിലെ മാറ്റം. "മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങൾ വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന അർധവൃത്തങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകളുടെ തുക, കർണം വ്യാസമായി വരയ്ക്കുന്ന അർധവൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പിന് തുല്യമാണ്" എന്നു തെളിയിക്കാനാണ് ഈ ചോദ്യത്തിൽ ആവശ്യപ്പെട്ടിരിക്കുന്നത്. "ലംബവശങ്ങളുടെ വർഗങ്ങളുടെ തുക കർണത്തിന്റെ വർഗത്തിനു തുല്യമാണ്" എന്ന പൈഥാഗറസ് സമവാക്യത്തെ π കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ ഇതു കിട്ടുമല്ലോ. പത്താം ക്ലാസിലെ **വൃത്തങ്ങൾ** എന്ന പാഠത്തിൽ **മട്ടവും വൃത്തവും** എന്ന രണ്ടാംഭാഗത്തിന്റെ അവസാനം കൊടുത്തിരിക്കുന്ന കണക്കു ചെയ്യാൻ ഇത് സഹായകരമാണ്.